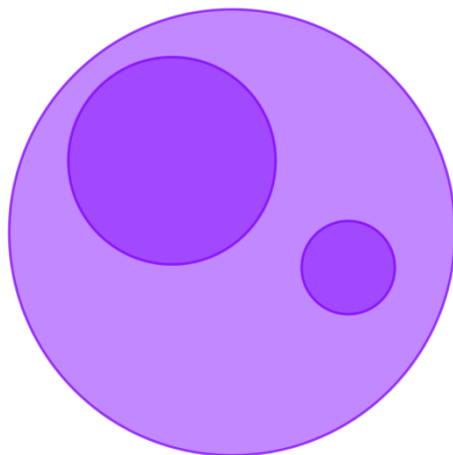


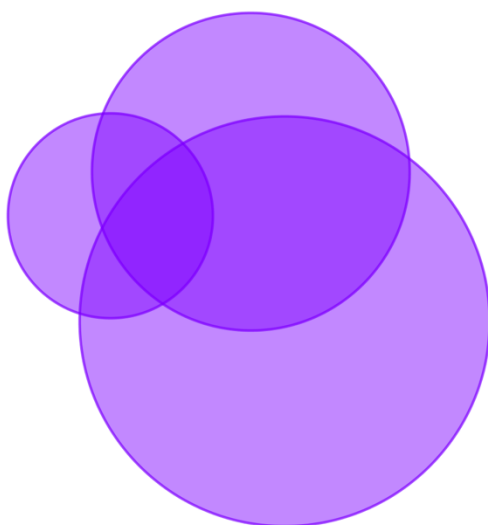
Partie 1 – configuration pour $n = 3$.

1) a) et b)



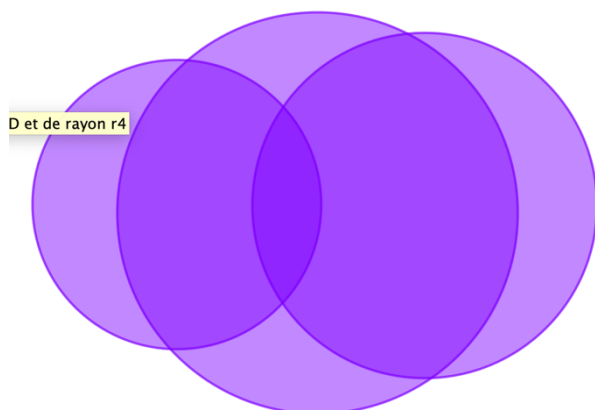
Classification
$N_{z_1} = 1$
$N_{z_2} = 2$
$N_{z_3} = 0$
$N = 3$

2) a)



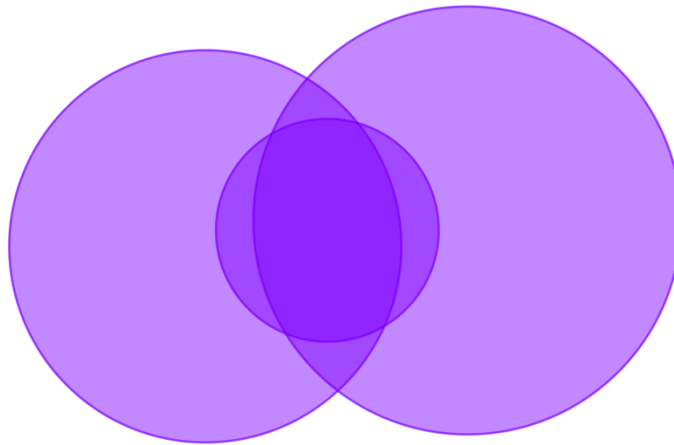
Classification
$N_{z_1} = 3$
$N_{z_2} = 3$
$N_{z_3} = 1$
$N = 7$

b)



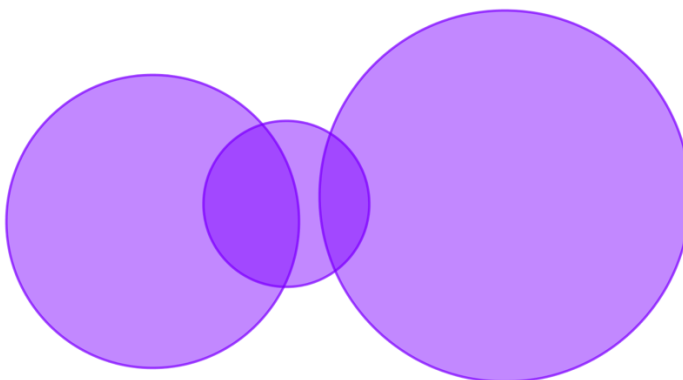
Classification
$N_{z_1} = 4$
$N_{z_2} = 2$
$N_{z_3} = 1$
$N = 7$

c)



Classification
$N_{z_1} = 2$
$N_{z_2} = 4$
$N_{z_3} = 1$
$N = 7$

d)

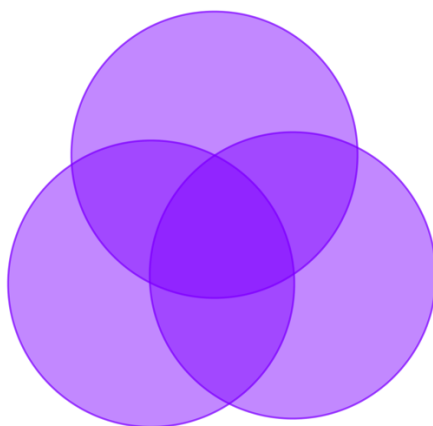


Classification
$N_{z_1} = 3$
$N_{z_2} = 2$
$N_{z_3} = 0$
$N = 5$

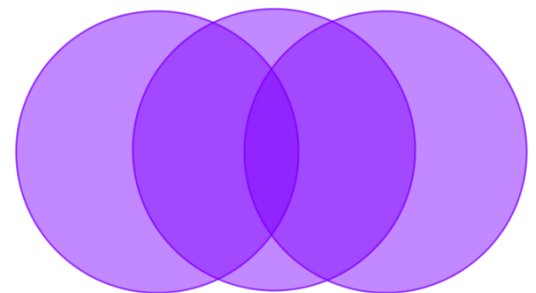
e) Avec 3 cercles, il n'est pas possible d'obtenir une zone recouverte par 4 d'entre-eux. Donc, dans toutes les configurations, $N_{z_4} = 0$. Il est impossible d'obtenir $N_{z_4} = 1$.
Remarque : par extension, pour tout entier $k \geq 4$, $N_{z_k} = 0$.

3) On conjecture $N_{max} = 7$.

4) a) La configuration 2) c) est impossible à réaliser avec des cercles de mêmes rayons.



Configuration 2) a)

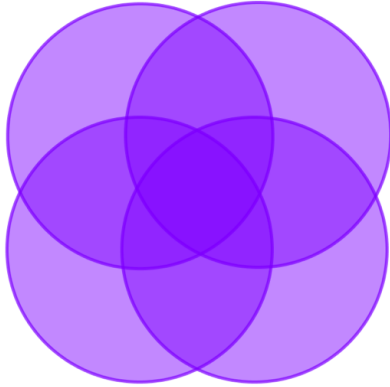


configuration 2) b)

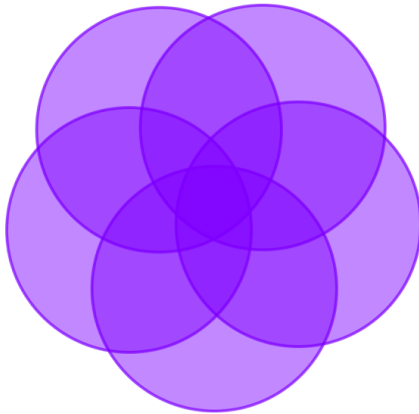
b) Non, la configuration 2) a) ci-dessus par exemple donne également $N_{max} = 7$.

Partie 2 – Configurations pour n quelconque avec des rayons égaux

- 1) Le même raisonnement qu'en partie 1, question 2) e) donne $N_{z_k} = 0$ pour $k > n$.
- 2) $N = n(n - 1) + 1$.
- 3)



Classification
$N_{z_1} = 4$
$N_{z_2} = 4$
$N_{z_3} = 4$
$N_{z_4} = 1$
$N = 13$



Classification
$N_{z_1} = 4$
$N_{z_2} = 4$
$N_{z_3} = 4$
$N_{z_4} = 4$
$N_{z_5} = 1$
$N = 17$

4)

D'une part,

$$\begin{aligned} N &= n(n - 1) + 1 \\ &= n^2 - n + 1 \end{aligned}$$

D'autre part,

$$\begin{aligned} &\left(n - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \\ &= n^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times n + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \\ &= n^2 - n + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \\ &= n^2 - n + 1 \end{aligned}$$

5) En remplaçant n par 17 dans la question précédente, on obtient :

$$\begin{aligned} N_{max} &\geq \left(17 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \\ N_{max} &\geq 273 \end{aligned}$$

Mohamed affirme atteindre 275 zones colorées. Dans l'étude précédente, rien ne garantit que ce soit possible. Mais rien ne garantit que ce soit impossible non plus.

Conclusion : l'étude ne permet pas d'infirmer ou de confirmer les propos de Mohamed. La question reste ouverte !