Corrigé

1. a) 13 + 97 = 31 + 79 = 110.

   b)On écrit $n_1 + n_2 = 10d_1 + u_1 + 10d_2 + u_2$. La somme des renversés de n_1 et n_2 s'écrit :
   $10\,u_1 + d_1 + 10u_2 + d_2$.

   La somme $n_1 + n_2$ est égale à la somme des renversés de n_1 et n_2 si, et seulement si, $10d_1 + u_1 + 10d_2 + u_2 = 10\,u_1 + d_1 + 10u_2 + d_2$, ce qui est équivalent à
   $9d_1 + 9d_2 = 9\,u_1 + 9\,u_2$, ce qui équivaut à $d_1+d_2 = u_1+u_2$.

2. a) Exemples : 207 et 621 ; 207 + 621 = 702 + 126 = 828.

   b)Soient n_1 et n_2 deux entiers naturels, à trois chiffres, non multiples de 10. On décompose
   n_1 et n_2 en base 10 :
   $n_1 = 100c_1 + 10d1 + u_1$, où c_1, d_1 et u_1 sont respectivement le chiffre des centaines, le chiffre des dizaines, le chiffre des unités de n_1.
   On écrit de manière analogue $n_2 = 100c_2 + 10d_2 + u_2$.
   La somme $n_1 + n_2$ est égale à la somme des renversés de n_1 et n_2 si, et seulement si,
   $100c_1 + 10d_1 + u_1 + 100c_2 + 10d_2 + u_2 = 100\,u_1 + 10\,d_1 + c_1 + 100\,u_2 + 10d_2 + c_2$
   $\Leftrightarrow 99\,c_1 + 99\,c_2 = 99\,u_1 + 99\,u_2$
   $\Leftrightarrow c_1 + c_2 = u_1 + u_2$

3. a)**Exemple** 3 141 + 2 034 = 5175 et 1 413 + 4 302 = 5715. La proposition donnée par Sophie a sur les nombres à quatre chiffres est incorrecte.

   On constate cependant que les sommes de 3 141 et 2 034 et de leurs renversés 1 413 et 4 302 sont des nombres renversés.

   b) 3 154 et 2 621 conviennent car 3 154 + 2 621 = 4 513 + 1 262 = 5775.

   c) Il faut écrire : « La somme de deux nombres entiers à quatre chiffres n_1 et n_2 (non multiples de 10) est égale à la somme de leurs renversés si la somme des chiffres des milliers est égale à la somme des chiffres e leurs unités et la somme des chiffres des centaines doit être égale à la somme des chiffres des dizaines. »

4. Dans un nombre à cinq chiffres, le chiffre des centaines joue un rôle de symétrie. Il est le même dans ce nombre et son renversé. Le chiffre des centaines joue un rôle de symétrie pour le nombre et son renversé. Aussi, la somme de deux nombres à cinq chiffres (non multiples de 10) est égale à la somme de leurs inversés si, et seulement si, la somme des chiffres des milliers est égale à la somme des chiffres de leurs unités et la somme des chiffres des centaines doit être égale à la somme des chiffres des dizaines.

   La proposition énoncée pour les nombres à quatre chiffres est donc suffisante pour les nombres à cinq chiffres.

5. **Enigme** :

Si on note n le nombre cherché, d son chiffre des dizaines et u son chiffre des unités, on a $n = 10d+u$.

La somme de n et de son renversé s'écrit $11(d+u)$, c'est donc un multiple de 11 qui est pair, située

entre 54 et 90, ce qui donne comme possibilités soit 66 soit 88.

On a donc soit $d + u = 6$, soit $d + u = 8$.

Comme d est supérieur ou égal à 5, le cas $d + u = 6$ implique $u = 1$ si $d = 5$, soit $n = 51$ ce qui n'est

pas possible.

Cas où $d + u = 8$:

Si $d = 5$, alors $u = 3$, ce qui ne convient pas car c'est inférieur à 54. .

Si $d = 6$, alors $u = 2$, mais 62 n'est pas impair.

Si $d = 7$ alors $u = 1$ on a bien 71+17 = 88, somme paire située entre 54 et 90.

Le nombre cherché est 71.